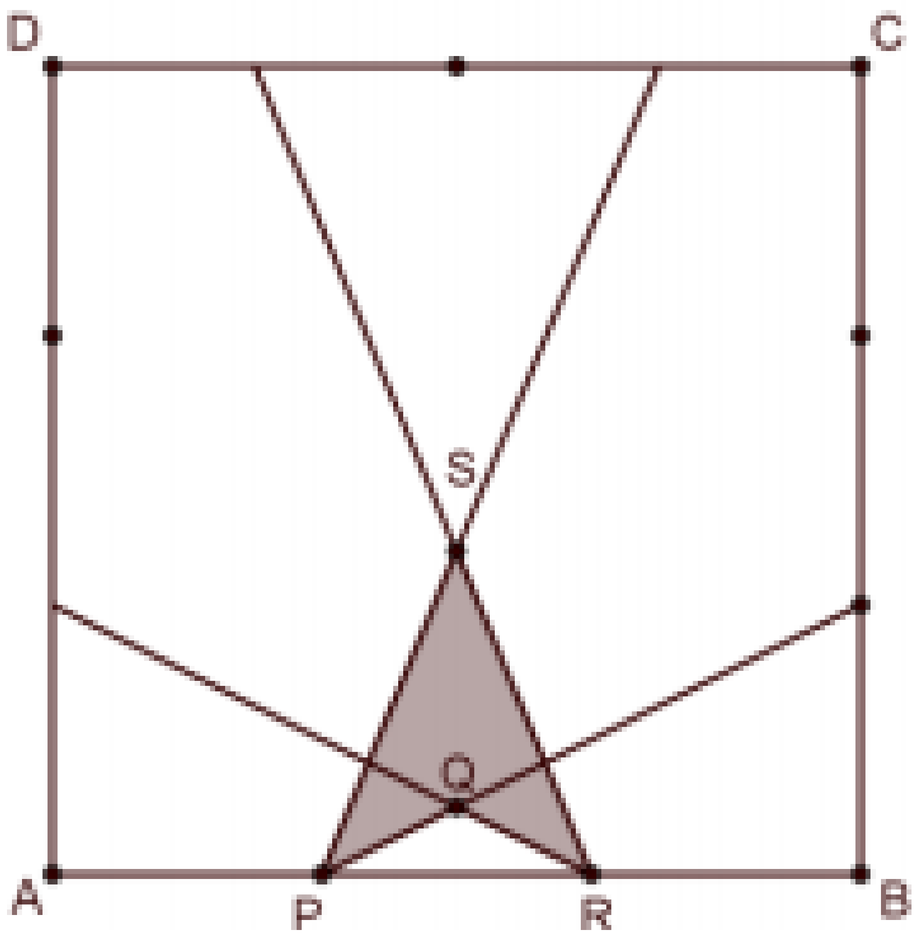
Tipikus geometriai „hanyada az egyik a másiknak” feladat

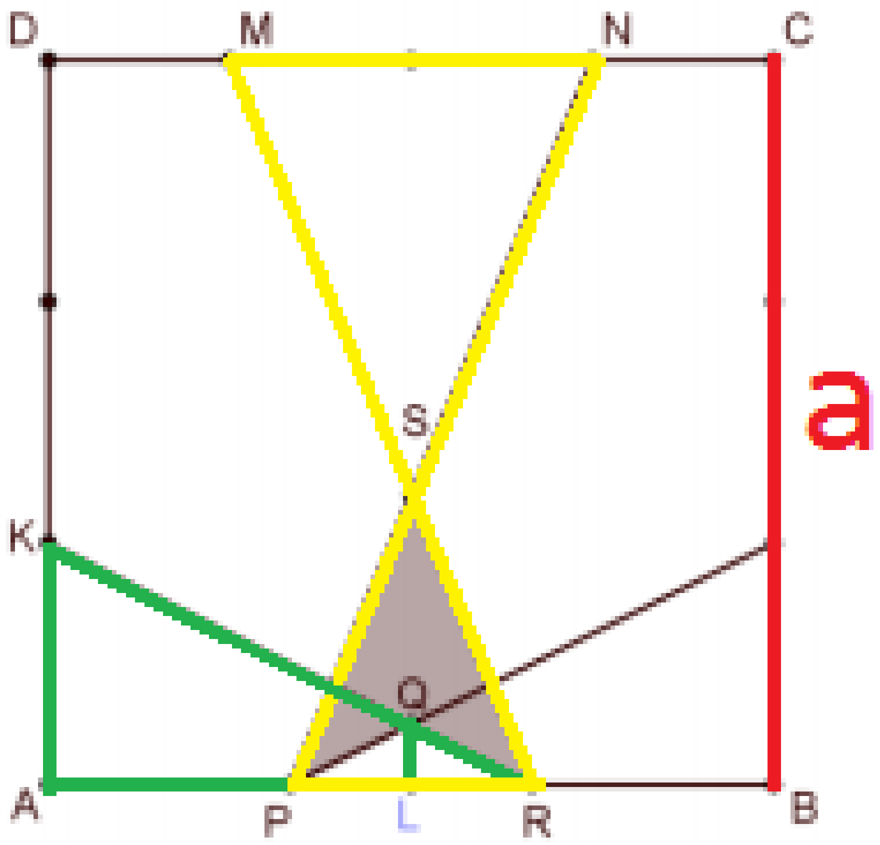
A feladat

- Az ABCD négyzet három oldalát három, a negyediket pedig négy egyenlő részre osztottuk, majd a megfelelő pontok összekötésével megkaptuk a satírozott PQRS négyszöget. Határozd meg a satírozott és a nem satírozott terület arányát!



A megoldás előfeltételei

- A négyzet oldala legyen a
- Bizonyítsuk be PRS és SNM háromszögek hasonlóságát
- Állítsunk merőlegest Q pontból az AB szakaszra, és bizonyítsuk be az így kapott QLR és KAR háromszögek hasonlóságát



Bizonyítások

Ezt a kedves előadó (én) készségeire bízom… (szóbeli bizonyítás)

Következmények

- Mivel PRS és SNM háromszögek egymással hasonlók, ezért oldalaik aránya megegyezik magasságaik arányával ($m_{PRS}:m_{SNM}=2:3$), ergo a PRS háromszög magassága 2a/5.
- A QLR és a KAR háromszögek hasonlóságából következik, hogy a QLR háromszög magassága a/12, hiszen oldalaik aránya 1:4-hez.

A satírozott terület mérete

$$T_s = \frac{a}{3} \cdot \frac{2a}{5} \cdot \frac{1}{2} - \frac{a}{3} \cdot \frac{a}{12} \cdot \frac{1}{2} = \frac{a^2}{15} - \frac{a^2}{72} = \frac{19a^2}{360}$$

A nem besatírozott, de négyzeten belüli rész területe

$$T_f = a^2 - T_s = \frac{341a^2}{360}$$

A végső megoldás

- A kapott területeket végtelen egyszerűen elosztjuk a 4. osztályban tanult módszerrel. Ez fog szolgálni a feladat megoldásaként, amely 19/341

Nos… egyszer mindennek vége

- Ide egy köszönet nyilvánítást szokás tenni, de azt tanította az informatika tanárom, hogy az az előadó dolga. Szóval ne felejtsem el!