

Megoldás

A Horváth János matematika verseny 2011/12-es tanév feladataihoz

1. A zárójel felbontásával észrevehető, hogy $2462-7462 = -5000$ illetve $3786+1214 = 5000$, tehát a végeredmény **1998**.
2. A külső szög 180 fokra egészíti ki a háromszög belső szögét, de ha ez maga **180 fok**, akkor a hozzátartozó belső szög 0 fok lenne, ami lehetetlen.
3. Mivel 16 tanuló egyik jellemzővel sem rendelkezik, a „szöke” illetve a „kékszemű” halmaz uniója 14 elemű. Ez azt jelenti, hogy közös részük 8 elemű, vagyis ezek aránya a szökekhez képest $8/18$.
4. Mivel a lehetséges válaszok kerekített értékek, kerekíthetünk a számolásnál is. Ezek szerint az egy négyszögről körülbelül 4 négyzetméter, egy lakosra pedig körülbelül 10 000 négyzetméter jut (a terület per lélekszám alapján), így **2500 négyszögről** a helyes válasz.
5. **Négy sík** képezhet egy háromszög alapú gúlát, - „piramist” - , viszont ennél kevesebb sík nem zár be teljesen egy teret.
6. Ha a csapat döntetleneket játszik, akkor 6 pont 6 meccsből jöhet össze, és a gólok egyenlege is lehet 2-2.
Ha van egy győztes játszma (1-0 vagy 2-1), akkor a 3 pont mellé csak úgy lehet még három pont, ha van három döntetlen és esetleg 1 vesztes meccs, de a gólarány miatt ötnél több nem lehet.
Két győztes meccse nem lehet, mert az hat pontot eredményez, de ekkor a gólarány nem felelne meg.
Tehát **maximálisan 6 mérkőzése** lehetséges.
7. Legyen $AB = a$, $BC = b$ és E a C -től 7 cm-re eső pont. A szögfelező, az alap és a meghosszabbított oldal által alkotott háromszög (ACE) egyenlőszárú, tehát $b = a - 7$, vagyis az $a + (a - 7) = 41$ egyenlőségből $a = 24$ cm.
8. Mivel a hónap végződése kétféleképpen lehetnek, r vagy s , **legalább 3** ember esetén lehet 2 ember születési hónapja biztosan azonos végződésű.
9. Egyenlő szárú háromszögekről lévén szó, vagy az alap 8 cm és rajta két 80 fokos szög, vagy a szárszög 80 fokos. A másik lehetőség szerint a szárszög 8 cm-esek, és 2 vagy 1 szög 80 fokos. **Összesen tehát 4 lehetőség** van.
10. Csak olyan számhármast lehet szóba hozni, amelyből a középső osztható öttel. Ha ez ötre végződik, és az előtte lévő számnak a számjegyjösszege osztható öttel, akkor az utána lévő szám számjegyjösszege kettővel több, vagyis nem osztható öttel. Ha a középső 0-ra végződik, pl. 1750, akkor előtte 1649 áll, (számjegyjösszege az $(5-1)+(0+9)$ változás miatt 8-cal több), utána pedig 1751 (számjegyjösszege 0+1 miatt 1-gyel több.) mivel a két számjegyjösszeg különbsége nem osztható öttel, így a kérdéses eset, hogy mindkettő osztható lenne 5-tel, **nem fordul elő**.

11. Akkor nem marad ki senki, ha a megállapodott szám nem osztója a 12-nek, és ez a **szám az 5**.
12. Tomi életkora köbszám (és kicsi), pl. 2-nek a köbe 8. Apa életkora négyzetszám, nagyapáé köbszám is és négyzetszám is, az adott lehetőségek között ezek a 36, illetve 64. Ennek alapján $a=2$, $b=6$, $c=4$ és $d=8$, **tehát összegük 20**.