Oktatási Hivatal

A 2008/2009. tanévi FIZIKA Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny első fordulójának

feladatai és megoldásai fizikából

I. kategória

A dolgozatok elkészítéséhez minden segédeszköz használható. Megoldandó az első három feladat és a 4./A és 4./B sorszámú feladatok közül egy szabadon választott. Csak 4 feladat megoldására adható pont. Ha valaki 5 feladat megoldását küld be, a 4./A és 4./B feladat közül a több pontot elérő megoldást vesszük figyelembe.

Minden feladat teljes megoldása 20 pontot ér.

Részletes, egységes pontozás nem adható meg a feladatok természetéből következően, ugyanis egy-egy helyes megoldáshoz több különböző, egyenértékű helyes út vezethet.

A feladat numerikus végeredményével megközelítően azonos eredményt kihozó megoldó erre a részfeladatra 0 pontot kap, amennyiben elvileg helytelen úton jut el. Fizikailag értelmes gondolatmenet estén a kis numerikus hiba elkövetése miatt (a részfeladat terjedelmétől függően) 2 – 3 pont vonható le.

1. *Vízszintesen elhajított test sebessége 3 másodperc múlva 50 m/s. Hol tartózkodott ekkor? Mekkora volt a kezdősebessége? Mekkora és milyen irányú volt az elmozdulása?*

Megoldás.

Adatok: $t = 3$ s; $v = 50$ m/s;

Először meghatározzuk a kezdősebességet. A függőleges vetület mozgása szabadesés, tehát a 3 s múlva a pillanatnyi sebesség y irányú komponense

$$v_y = gt = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 3\,\mathrm{s} = 30\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A megadott sebesség a keresett vízszintes és a most kiszámított függőleges összetevőből adódik, tehát Pitagorasz tételét alkalmazva a kezdősebességre a következőt kapjuk:

$$v_0 = \sqrt{v^2 - v_y^2} = \sqrt{2500-900}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \mathbf{40\frac{m}{s}}.$$

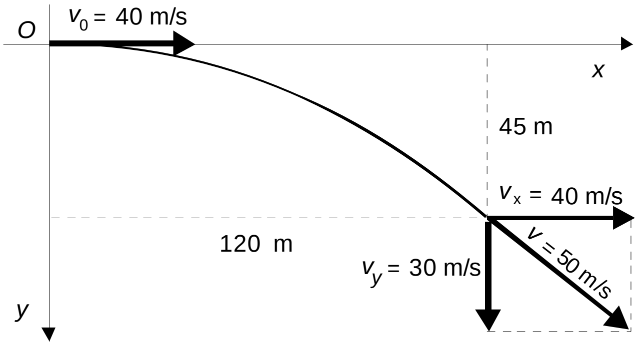
Ezzel a vízszintes elmozdulás:

$$x = v_0 t = 40\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 3\ \mathrm{s} = \mathbf{120\,m}.$$

A függőleges elmozdulás pedig:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}\cdot 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot 9\,\mathrm{s}^2 = \mathbf{45\,m,}$$

(vagy $y = \frac{v_y}{2} \cdot t = \frac{30}{2}\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3\ \text{s} = 45\ \text{m}.$)

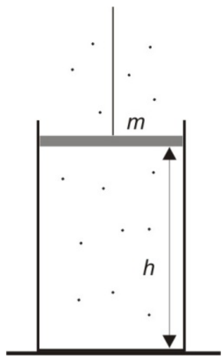


Így a teljes elmozdulás nagysága

$$\Delta r = \sqrt{120^2 + 45^2}\ \text{m} = 128{,}16\ \text{m},$$

Iránya a vízszintessel $\varphi = \text{arctg}\frac{y}{x} = \text{arctg}\frac{45}{120} = \mathbf{20{,}56°}$ szöget zár be.

2. *Függőleges, henger alakú tartályban kétatomos ideális gázt m tömegű dugattyú zár el. Kezdetben a dugattyút fonállal h magasságban tartjuk, ekkor a gáz nyomása megegyezik a külső légnyomással. A dugattyút igen lassan ereszteni kezdjük a fonállal, közben biztosítjuk, hogy a gáz hőmérséklete állandó maradjon. Amikor a fonál meglazul, a gázt melegíteni kezdjük. Mennyi hőt kell a gázzal közölni a melegítés során, hogy a dugattyú visszakerüljön eredeti magasságába?*



Megoldás:

Jelölések: -a gáz szabadsági fokainak száma: $f = 5$

-a külső légnyomás: p_0

-a dugattyú keresztmetszete: A

-a gáz kezdeti (és végállapotbeli) térfogata: $V_0 = Ah$

-a gáz térfogata a fonál meglazulásának állapotában: V

-a gáz nyomása a fonál meglazulásának állapotában, és melegítés során: p

A fonal meglazulásakor a dugattyúra ható három erő eredője zérus. A külső légnyomásból származó erő lefelé, a nehézségi erő lefelé, a bezárt gáz nyomásából származó erő felfelé hat. Az egyensúlyi feltétel a nyomásokkal megfogalmazva:

$$p = p_0 + \frac{mg}{A}.$$

Boyle-Mariotte törvényt felírva az izotermikus folyamatra (dugattyú lassú eresztése):

$$p_0 V_0 = pV.$$

A melegítési szakaszban a gáz belső energiájának megváltozása az izobár folyamat során:

$$\Delta E = \frac{f}{2}\left(pV_0 - pV\right).$$

A gáz által végzett munka az izobár melegítés során:

$$W_g = p\left(V_0 - V\right).$$

A gázzal közölt hő az első főtétel értelmében:

$$Q = \Delta E + W_g.$$

Az fenti egyenletekből

$$Q = \frac{f+2}{2}mgh = \frac{7}{2}mgh$$

adódik.

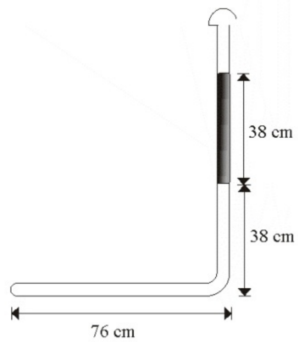
3. *Vékony, egyszer meghajlított üvegcsőben higany helyezkedik el az ábrán látható módon függőleges síkban. A cső baloldali vége zárt. A higanyszál nem szakad el. (Az üvegcső tetején lévő védő-borító fedél azt a célt szolgálja, hogy a higanyoszlop felett ne alakuljon ki torló nyomás a mozgás miatt.)*

a) *Hányszorosa a csőbe zárt levegő nyomása a külső légnyomásnak amikor a cső állandó* $v = 5\,\mathrm{m/s}$ *sebességgel mozog felfelé?*

b) *Mekkora a csőbe zárt levegő nyomása, amikor a cső* $a = 5\,m/s^2$ *gyorsulással mozog felfelé? Mennyit változik a higanyoszlop helyzete a csőhöz viszonyítva az előző esethez képest?*

c) *Mekkora a csőbe zárt levegő nyomása, amikor a cső* $a = 5\ m/s^2$ *gyorsulással mozog lefelé? Legalább milyen hosszú legyen a cső függőleges része, hogy a higany benne maradjon?*

A p_0 *külső légnyomás 76 cm magas higanyoszloppal tart egyensúlyt. A nehézségi gyorsulás értéke* $g = 10\ m/s^2$.



Megoldás:

Adatok: $l = 38$ cm, $v = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $a = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $p_0 = \rho \cdot 2l \cdot g$

a) Amikor a meghajlított cső és benne a higanyoszlop sebessége $v = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ állandó, a higanyra ható erők eredője nulla: $\sum \underline{F} = 0$. A belső és külső nyomás különbségéből származó erő egyenlő a higanyra ható nehézségi erővel: $(p_1 - p_0) \cdot A = \rho \cdot A \cdot l \cdot g$.
Egyszerűsítsünk a cső A keresztmetszetével, és használjuk fel, hogy a megadott adatok mellett $\rho \cdot l \cdot g = \frac{p_0}{2}$. Így

$$p_1 - p_0 = \frac{p_0}{2} \Rightarrow p_1 = \frac{3}{2} \cdot p_0$$

A csőbe zárt levegő nyomása a külső légnyomás **másfélszerese**, $p_1 = \frac{3}{2} \cdot p_0$.

b) Alkalmazzuk a higanyszálra a dinamika alapegyenletét: $\sum F = m \cdot a$. Innen

$$(p_2 - p_0) \cdot A - m \cdot g = m \cdot a$$

Használjuk fel, hogy a megadott adatok mellett $a = \frac{g}{2}$, valamint, hogy $m = \rho \cdot A \cdot l$. Így

$$(p_2 - p_0) \cdot A - m \cdot g = \frac{1}{2} m \cdot g$$
$$(p_2 - p_0) \cdot A = \frac{3}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot l \cdot g$$

Ismét egyszerűsítsünk a cső A keresztmetszetével, és használjuk fel, hogy $\rho \cdot l \cdot g = \frac{p_0}{2}$. Ekkor

$$(p_2 - p_0) = \frac{3}{2} \cdot \frac{p_0}{2} \Rightarrow p_2 = \frac{7}{4} \cdot p_0$$

Tehát a csőbe zárt levegő nyomása a külső légnyomás **7/4-szerese**, $p_2 = \frac{7}{4} \cdot p_0$.
Az elzárt gáz mennyisége és hőmérséklete nem változik, ezért alkalmazhatjuk rá a Boyle-Mariotte törvényt: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$.

$$p_1 \cdot A \cdot l_1 = p_2 \cdot A \cdot l_2 \Rightarrow l_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot l_1$$

$$l_2 = \frac{3/2}{7/4} \cdot (76\ \mathrm{cm} + 38\ \mathrm{cm}) = \frac{6}{7} \cdot (76\ \mathrm{cm} + 38\ \mathrm{cm}) = 97{,}7\ \mathrm{cm} = 76\ \mathrm{cm} + 21{,}7\ \mathrm{cm}$$

Így a higanyoszlop a csőhöz képest 38 cm-21,7 cm= **16,3 cm-t süllyed**.

c) Ismét alkalmazzuk a higanyszálra a dinamika alapegyenletét: $\sum F = m \cdot a$. Így

$$m \cdot g - (p_3 - p_0) \cdot A = m \cdot a$$

Használjuk fel, hogy a megadott adatok mellett $a = \frac{g}{2}$ és, hogy $m = \rho \cdot A \cdot l$. Innen

$$(p_3 - p_0) \cdot A = m \cdot g - \frac{1}{2} m \cdot g$$
$$(p_3 - p_0) \cdot A = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot l \cdot g$$

Ismét egyszerűsítsünk a cső *A* keresztmetszetével, és használjuk fel, hogy $\rho \cdot l \cdot g = \frac{p_0}{2}$. Ekkor

$$(p_3 - p_0) = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_0}{2} \Rightarrow p_3 = \frac{5}{4} \cdot p_0$$

adódik. Tehát a csőbe zárt levegő nyomása a külső légnyomás **5/4-szerese**, $p_3 = \frac{5}{4} \cdot p_0$.

Ismét alkalmazva a Boyle-Mariotte törvényt: $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$ kapjuk, hogy

$$p_1 \cdot A \cdot l_1 = p_3 \cdot A \cdot l_3 \Rightarrow l_3 = \frac{p_1}{p_3} \cdot l_1$$

$$l_2 = \frac{3/2}{5/4} \cdot (76 \text{ cm} + 38 \text{ cm}) = \frac{6}{5} \cdot (76 \text{ cm} + 38 \text{ cm}) = 136{,}8 \text{ cm} = 76 \text{ cm} + 60{,}8 \text{ cm}$$

Tehát a higany $136{,}8 \text{ cm} - 76 \text{ cm} - 38 \text{cm} = 22.8 \text{ cm}$-t emelkedik. Így a cső függőleges részének **legalább 22,8cm+76 cm =98,8 cm**-nek kell lennie, hogy a higany ne folyjon ki belőle.

4./A. *Viszonylag jelentős fajlagos ellenállású huzalokból állítsunk össze egy kockát úgy, hogy a kocka minden egyes oldaléle l 1 Ω ellenállású legyen, és az éleket alkotó huzalokat a kocka csúcspontjaiban forrasszuk össze.*

a) *Mekkora eredő ellenállás mérhető a kocka egyik testátlójának két végpontja között?*

Ezután készítsünk el egy kétszer ekkora méretű kockát ugyanilyen fajlagos ellenállású huzalokból, amivel borítsuk be az eredetit. Elhanyagolható ellenállású vezetékekkel kössük össze a kis és a nagy kocka egymáshoz legközelebb lévő csúcsait.

b) *Mekkora eredő ellenállás mérhető a nagyobbik kocka egyik testátlójának két végpontja között?*

Folytassuk tovább az eljárást, és a két kockát borítsuk be a kiskockánál háromszor akkora kockával, amely szintén ugyanolyan fajlagos ellenállású huzalból készült, mint a többi. A legnagyobb kocka csúcspontjait most is elhanyagolható ellenállású vezetékekkel kössük össze a középső kocka megfelelő csúcspontjaival.

c) *Mekkora eredő ellenállás mérhető a legnagyobb kocka egyik testátlójának két végpontja között?*

d) *Ha a fenti eljárást vég nélkül tovább folytatjuk, milyen értékhez tart a legkülső kocka testátlójának két végpontja között mérhető eredő ellenállás?*

Megoldás:
a) Ismert módon ekvipotenciális pontokat találhatunk a kockán (hármat-hármat), ami arra vezet, hogy a kapcsolás átrajzolható párhuzamosan kapcsolt három-hat-három ellenállás soros hálózatára. Vagyis az eredő ellenállás:

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}\Omega\,.$$

b) A nagy kocka mindegyik oldaléle párhuzamosan van kötve a kis kocka megfelelő oldalélével. Tehát egyetlen él 1 Ω-os ellenállása lecsökken

$$\frac{1\cdot 2}{1+2}=\frac{2}{3}\Omega\text{ -ra}$$

és ugyanígy a testátló mentén mérhető ellenállás is 2/3 részére csökken:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}\Omega=\frac{5}{9}\Omega\,.$$

c) Az előző pontban leírtaknak megfelelően most egyetlen „szuperél" három párhuzamosan kapcsolt ellenállásból áll. Egy „szuperél" ellenállása:

$$\frac{1}{\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=\frac{6}{11}\Omega\,.$$

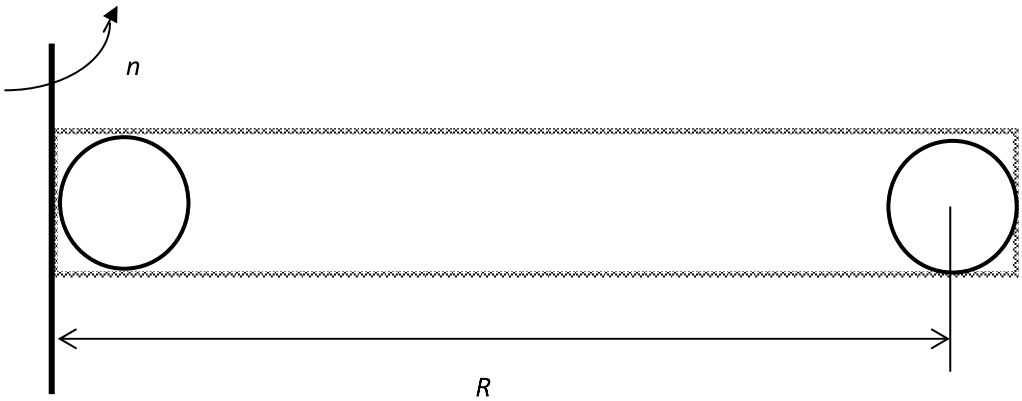
Tehát a kérdéses testátló két végpontja között mérhető eredő ellenállás:

$$\frac{6}{11}\cdot\frac{5}{6}\Omega=\frac{5}{11}\Omega\,.$$

d) Mivel egyre több ellenállást kötünk párhuzamosan a „szuperélbe", így az eredő ellenállás nullához tart.

4./B. *Mindkét végén síkkal zárt, evakuált üvegcsőben két r = 0,02 m sugarú, m = 0,09kg tömegű szigetelő golyó van. Éppen illeszkednek a csőbe úgy, hogy kotyogás és súrlódás nélkül mozoghatnak benne. A cső egyik végéhez a cső hossztengelyére merőleges, függőleges állású vékony forgástengely kapcsolódik. A két golyó mindegyikének közepébe ugyanakkora* $Q\!=\!10^{-7}\,C$ *elektromos töltést teszünk. Így a cső vízszintes, álló helyzetében a golyók a cső két végében tartózkodnak. A cső teljes belső hossza R+r a rajz szerint. R= 0,3 m . A csövet tengelye körül forgásba hozzuk egyre növekvő fordulatszámmal. Ekkor a belső golyó egyre közelebb kerül a külsőhöz.*

Mekkora erőt fejt ki a külső golyó a cső külső, lezáró üvegfalára akkor, amikor a két golyó legközelebbi pontjának távolsága 3 cm? Mekkora ekkor a fordulatszám?



Megoldás:
Adatok: $\mathrm{m = 0.09kg}$, $\mathrm{r = 0,02m}$, $\mathrm{R = 0,3m}$, $\mathrm{d = 0,03m}$, $\mathrm{Q = 10^{-7}C}$.

Legyen x a belső golyó tömegközéppontjának a forgástengelytől mért távolsága ω szögsebességű forgás közben. Mivel erre a golyóra a centripetális erőt a két töltés között fellépő Coulomb erő adja:

$$\frac{kQ^2}{(R-x)^2} = mx\omega^2 .$$

Jelöljük *d*–vel a két golyó legközelebbi pontjának távolságát. Ekkor $\mathrm{x = R - 2r - d = 0,23m}$. Az adatok behelyettesítése után a szögsebességre

$$\omega = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-14}}{(0,07)^2 \cdot 0,09 \cdot 0,23}} \mathrm{s^{-1}} = 0,94 \mathrm{s^{-1}}$$

adódik. Így a cső fordulatszáma **n = 0.15** $\mathrm{s^{-1}}$
A külső golyóra ható erők eredőjének a most kapott szögsebességű keringéshez szükséges centripetális erőnek kell lennie. A csövet lezáró fal a forgástengely felé irányuló *T* erőt fejt ki erre a vele érintkező külső golyóra, a belső golyó pedig a kifelé mutató elektromos taszítóerőt fejti ki rá. A külső golyónak szükséges centripetális erő $mR\omega^2 = 0,09 \cdot 0,3 \cdot 0,88\mathrm{N} =$ 0,0239 N. A belső golyó által kifejtett elektromos taszítóerő, amely kifelé mutat,

$$\frac{\mathrm{k \cdot Q^2}}{(2\mathrm{r}+\mathrm{d})^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-14}}{(0,07)^2} \mathrm{N} = 0,018\mathrm{N} .$$

(Ez természetesen a belső golyó számára aktuális $m \cdot x \cdot \omega^2$ -tel is egyenlő.) A falnak a külső golyóra tehát **T= 0,018N +0,023N =0,042 N** tartóerőt kell kifejtenie.

Pontozási útmutató I. kategória:

1. feladat

A test a vizsgált időpontbeli végsebessége függőleges komponensének helyes meghatározása **3 pont.**

A keresett kezdősebesség meghatározása: **4 pont**

A test vizsgált időpontbeli helye x koordinátájának meghatározása: **3 pont**

y koordinátájának kiszámítása: **3 pont**

Az elmozdulás helyes meghatározása: **3 pont**

Az elmozdulás irányának helyes meghatározása: **4 pont**

(Természetesen elfogadható a test helyének polárkoordinátás megadása is, vagyis a helyvektor nagyságának és irányszögének meghatározása.)

2. feladat

A dugattyú egyensúlyának megfogalmazása: **3 pont**
Boyle-Mariotte törvény alkalmazása: **3 pont**
A belső-energiaváltozás meghatározása: **4 pont**
Az izobár munka helyes felírása (a megfelelő nyomással!) **3 pont**
Termodinamika első főtételének alkalmazása: **3 pont**
Az összefüggések rendezése, a helyes végeredmény megadása: **4 pont**

3. feladat

a)
A higany egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. A dinamikai feltétel megfogalmazása: **2 pont**.
A csőbe zárt levegő nyomásának és a külső légnyomás arányának megadása: **3 pont**
b)
A dinamika alapegyenletének alkalmazása a gyorsuló mozgást végző higanyra: **2 pont**
A csőbe zárt levegő nyomásának és a külső légnyomás arányának megadása: **2 pont**
A higanyoszlop csőhöz viszonyított helyzetének megadása az előző esethez viszonyítva a Boyle-Mariotte törvény segítségével: **3 pont**
c)
A dinamika alapegyenletének alkalmazása a gyorsuló mozgást végző higanyra: **2 pont**
A csőbe zárt levegő nyomásának és a külső légnyomás arányának megadása: **2 pont**
A függőleges csőrész legkisebb hosszának megadása a Boyle-Mariotte törvény segítségével: **4 pont**

4/A feladat

Minden egyes alkérdésre teljesen helyes válasz esetén 5 pont jár. A részpontszámok részben helyes megoldások esetén bonthatók.

4/B feladat

A két töltés közötti elektromos erő meghatározása: **6pont**
A szögsebességet meghatározó egyenlet felírása: **6pont**
A külső golyónak szükséges centripetális erő meghatározása: **4pont**
A falra ható nyomóerő meghatározása: **4pont**