Bolyai János Matematikai Társulat
Csongrád Megyei Tagozat
6720 Szeged, Aradi vértanúk tere 1.

VERSENYFELHÍVÁS

A Bolyai János Matematikai Társulat Csongrád Megyei Tagozata az elmúlt esztendőkhöz hasonlóan e tanévben is meghirdeti a **Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematikai Emlékversenyt**.

A tanév folyamán két alkalommal (két fordulóban) a középiskolák minden évfolyamának 6-6 feladatot küldünk, amelyet a versenyben résztvevők egyénileg, otthonukban oldanak meg. A leírt megoldásokat szaktanáruknak a beadási határidőre kell átadniuk. A megoldásokat pontozzuk. Az első két forduló eredménye alapján hívjuk be a résztvevőket a harmadik, döntő fordulóra, amely 6 feladat megoldása 4 óra zárthelyi munkában.

A versenyzők végső rangsorát a döntő alapján a Versenybizottság állapítja meg. A győztesek és helyezettek jutalmazásban részesülnek.

Az egyes feladatok pontszámát, amely valamennyi feladatra egységesen 10 pont, teljes és kifogástalan megoldásra állapítottuk meg. A lényegesen különböző megoldások külön pontozhatók, de egy feladat megoldásáért legfeljebb 15 pont adható.

A versenyt az előző évekhez hasonlóan bonyolítjuk le. Az iskolák matematikai munkaközösségeinek megküldjük az első, majd a második forduló feladatait és azok kihirdetik a versenyzőknek. Kérjük, hogy a versenybe benevező iskolák az 1. forduló feladatainak kézhezvételétől számított két héten belül levélben jelezzék nevezési szándékukat a versenybizottságnak. A beadási határidő után a munkaközösségek a dolgozatokat kijavítják, pontozzák és az eredményekről a 2. forduló után kimutatást készítenek. Ezt a kimutatást a munkaközösségek vezetői a II. forduló beadási határideje utáni két héten belül Békés megyéből Marczis Györgynek, Bács-Kiskun megyéből Varga Józsefnek, a többi iskolából Kosztolányi Józsefnek (6720 Szeged, Aradi vértanúk tere 1.) küldjék el.

A feladatsorok elérhetők a **www.sulinet.hu** internet címen is.

A fordulók időpontjai:
I. iskolai forduló; beadási határidő: 2009. január 9.
II. iskolai forduló; beadási határidő: 2009. február 27.
III. zárthelyi forduló; tervezett időpont: 2009. április

Versenybizottság

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny XLVII. esztendő

2008-2009. tanév

9. évfolyam

I. forduló

1. Leírtuk a pozitív egész számokat 1-től 2008-ig. Hányszor írtuk le az 1-es számjegyet?

2. Egy tálban 75 fehér és 150 fekete korong van. A tál mellett még van egy halom fekete korong. Találomra kiveszünk 2 korongot a tálból. Ha legalább az egyik fekete, akkor azt kitesszük a halomba, a másikat pedig visszadobjuk a tálba, akár fehér, akár fekete. Ha mindkét korong fehér, eldobjuk őket és a halomból 1 fekete korongot dobunk vissza a tálba. Az eljárást ismételgetve milyen színű lesz a tálban maradó utolsó korong?

3. Az $|x|+|y|<2008$ egyenlőtlenségnek hány megoldása van az egész számok körében?

4. Adott egy háromszög egyik csúcsa: A, a háromszög köré írt kör középpontja: O és a háromszög súlypontja: S. Szerkesszük meg a háromszöget!

5. Egy háromszög oldalainak hossza három egymást követő természetes szám, amelyek mindegyike legalább 4. Bizonyítsuk be, hogy a középső oldalhoz tartozó magasság két olyan részre osztja ezt az oldalt, amelyek különbsége 4.

6. Bizonyítsuk be, hogy bármely hét egész szám közül kiválasztható négy, melyek összege osztható 4-gyel!

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny XLVII. esztendő

2008-2009. tanév

10. évfolyam

I. forduló

1. Anna egy hosszú egyenes autóút 17-es kilométerköve fölött helyezkedik el x kilométer magasságban, egy hőlégballon kosarában. Bálint sárkányrepülővel indul a 29-es kilométerkő fölötti y kilométer magasságból az autóút érintésével a legrövidebb úton Annához. Amíg odaér, pontosan z kilométernyi utat tesz meg. Mekkora volt ez az út, ha tudjuk, hogy x, y és z mindegyike prímszám?

2. Egy húrtrapéz párhuzamos oldalai 4 cm és 8 cm hosszúak. Mekkora a magassága, ha egyetlen olyan pontja van a szimmetriatengelyének, melyből szára derékszögben látszik?

3. Tekintsük az $x^2 + px + q = 0$ egyenletet! Legfeljebb mekkora lehet $p - q$ értéke, ha tudjuk, hogy a valós megoldások négyzetösszege éppen p ?

4. Adott az A és a B pont valamint az e egyenes. Szerkesszük meg a k kört, mely átmegy A és B pontokon, e-t pedig érinti! (Vizsgáljuk meg a különböző elrendeződéseket!)

5. Határozzuk meg azt a legkisebb 63-mal osztható tízes számrendszerbeli pozitív egész számot, amelynek jegyei kétfélék: legalább 20 darab 8-as és valamennyi 0.

6. Feltéve, hogy $x + y > 0$, és $x^2 + y^2 + \dfrac{2xy}{x+y} = 1$, mekkora $(x + y)$ legnagyobb és legkisebb értékének különbsége?

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny XLVII. esztendő

2008-2009. tanév

11. évfolyam

I. forduló

1. Rodmilla és Kázmér beszélget egymással. Azt mondja Kázmér Rodmillának: "Én most éppen kétszer annyi idős vagyok, mint amennyi Ön volt, drága hölgy, amikor annyi idős voltam, mint Ön most. Ráadásul, ha Ön, drága hölgy, annyi idős lesz, mint én most, akkor nekem éppen 7 év fog hiányozni ahhoz, hogy éppen kétszer annyi idős legyek, mint amennyi Ön, drága hölgy, most." Ki hány éves?

2. Bizonyítsuk be, hogy $\log_2 3 + \log_3 8 + \log_4 15 + \log_5 24 > 6$.

3. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$\sqrt[3]{28 - x} + \sqrt[3]{x + 7} = 5$$

4. Egy konvex hatszög másodszomszédos oldalainak felezőpontjait összekötve két háromszöget kapunk. Igazoljuk, hogy ezek súlypontjai egybeesnek!

5. A 11.A osztálynak 30 tanulója van. Anna, az egyik diák megfigyelte, hogy 29 osztálytársa mindegyikének különböző számú barátja van az osztályban. Hány barátja van Annának az osztályban?

6. Egy húrnégyszög oldalainak hossza a, b, c, d, átlóinak hossza e, f. Bizonyítsuk be, hogy $\dfrac{e}{f} = \dfrac{ad + bc}{ab + cd}$!

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny XLVII. esztendő

2008-2009. tanév

12. évfolyam

I. forduló

1. Megoldható-e a $Q \times Q$ halmazon a következő egyenlet?

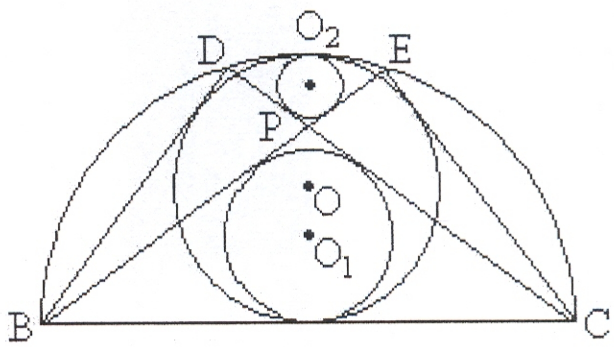
$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{x}{y}$$

2. Bizonyítsuk be, hogy a $2^3 + 6^3 + 10^3 + \ldots + [2 \cdot (2n-1)]^3 + 1$ összeg minden pozitív egész n értékére négyzetszámot ad!

3. Oldjuk meg a következő egyenletet!

$$5^{3x^2-8x} + \frac{3x^2-8x}{5^x} = 1$$

4. A BC átmérőjű félkörbe írt kör középpontját jelölje O, sugarát r. Ezen körhöz érintőket rajzolva a BC átmérő végpontjaiból kapjuk a BD és a CE szakaszokat. A P pont a BE és a CD szakaszok metszéspontja. A BCP háromszög beírt körének középpontja O_1, sugara r_1, az O_2 középpontú, r_2 sugarú kör pedig érinti az $O(r)$ kört, valamint a BE és a CD szakaszokat. Adjuk meg az r_1 és r_2 szakaszokat r függvényében!



5. Jelöljük t_n-nel az n oldalú konvex sokszög alapú hasáb testátlóinak számát! Milyen n-re teljesül, hogy: $t_{n-1} + t_n = t_{n+1}$?

6. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert!

$$\left.\begin{aligned} &\sqrt{x^2+y^2-4x-8y+20} + \sqrt{x^2+y^2-10x-16y+89} = 5 \\ &x^2-2x-y+3=0 \end{aligned}\right\}$$